

PR 2
KALKULUS 1 SEMESTER PENDEK 2026
FAKULTAS ILMU KOMPUTER UNIVERSITAS INDONESIA

Topik: **Limit dan Turunan**

Dikumpul: Kamis, 25 Juni 2026, Jam 20:00 WIB

Petunjuk Umum Pengerjaan PR:

1. **Penggunaan Perangkat Kecerdasan Buatan (AI):** Penggunaan peralatan berbasis Kecerdasan Buatan (Artificial Intelligence/AI) **diperbolehkan hanya sebagai sarana bantu belajar**. Kendati demikian, setiap mahasiswa **bertanggung jawab penuh secara akademis** untuk memahami isi, alur logika, dan kebenaran matematis dari jawaban yang dituliskan.
 2. **Langkah Pengerjaan:** Tuliskan seluruh langkah penyelesaian soal secara **jelas, runtut, dan lengkap**. Jawaban akhir tanpa disertai argumen atau langkah matematis yang memadai **tidak akan mendapatkan nilai penuh**. **Mahasiswa wajib memberikan kotak atau highlight (stabilo) pada jawaban akhir dari setiap nomor.**
 3. **Pengumpulan Berkas:** Jawaban **wajib berupa tulisan tangan secara rapi** (baik ditulis fisik di atas kertas A4 lalu dipindai/scan, maupun ditulis secara digital menggunakan tablet/stylus). Hasil pekerjaan harus disimpan sebagai **satu berkas PDF tunggal yang jelas dan terbaca**, kemudian diunggah melalui platform **SCELE** sebelum tenggat waktu yang ditentukan. Format penamaan berkas yang dikumpulkan adalah **KODEASDOS_NamaLengkap_NPM_PR2.pdf** (contoh: **RSA_GeoffreyHinton_2501233211_PR2.pdf**).
 4. **Konsekuensi Keterlambatan:** Batas waktu pengumpulan berkas di SCELE bersifat **mutlak**. Keterlambatan pengumpulan akan dikenai penalti pengurangan nilai sebesar **10% per jam keterlambatan** dari nilai total yang diperoleh.
 5. **Integritas Akademik:** Junjung tinggi nilai kejujuran. Segala bentuk kecurangan akademik, plagiarisme, maupun kerja sama tidak sah antar-mahasiswa akan berakibat pada pemberian **nilai nol (0) secara langsung** untuk tugas ini.
-

Topik 1: Limit dan Kontinuitas

(49 Poin)

Soal 1.1. (10 Poin) Gunakan definisi formal limit ($\epsilon - \delta$) untuk membuktikan bahwa:

$$\lim_{x \rightarrow 3} (x^2 - 2x + 1) = 4$$

(*Petunjuk:* Anda perlu mencari batas atas untuk $|x - 1|$ saat menentukan nilai δ).

Soal 1.2. (12 Poin) Hitunglah nilai limit berikut. Jika limit tidak ada, jelaskan alasannya melalui analisis limit kiri dan limit kanan!

a) (4 Poin) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(4x)}{x \sin(2x)}$

b) (4 Poin) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{|x - 1|}$

c) (4 Poin) $\lim_{x \rightarrow \infty} (\sqrt{4x^2 + 3x - 1} - 2x)$

Soal 1.3. (10 Poin) Diberikan fungsi *piecewise* berikut.

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\cos(ax)}{x^2}, & \text{jika } x < 0 \\ b, & \text{jika } x = 0 \\ \frac{e^{3x}-1}{x}, & \text{jika } x > 0 \end{cases}$$

Tentukan nilai a dan b dengan $a > 0$ sedemikian rupa sehingga fungsi $f(x)$ kontinu di mana-mana.

Soal 1.4. (9 Poin) Diberikan fungsi $g(x)$ dengan persamaan berikut.

$$g(x) = \frac{x^2 - 3x - 4}{x^2 - 16}$$

- (2 Poin)** Tentukan domain dari fungsi $g(x)$.
- (4 Poin)** Cari semua persamaan asimtot datar dan asimtot tegak dari fungsi $g(x)$.
Buktikan keberadaan asimtot tersebut menggunakan notasi limit.
- (3 Poin)** Apakah kurva fungsi memotong asimtot datarnya? Buktikan!

Soal 1.5. (8 Poin) Misalkan f dan g adalah dua fungsi yang kontinu di $x = 2$. Diketahui bahwa $f(2) = 3$ dan $\lim_{x \rightarrow 2} [2f(x) - xg(x)] = -2$. Gunakan sifat dan teorema limit untuk menghitung:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x)}{g^2(x) - f(x)}$$

Topik 2: Turunan

(51 Poin)

Soal 2.1. (10 Poin) Gunakan definisi turunan berbasis limit $\left(f'(x) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x+h)-f(x)}{h}\right)$ untuk mencari $f'(x)$ dari fungsi:

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+2}}$$

Soal 2.2. (12 Poin) Diketahui fungsi sebagai berikut.

$$h(x) = \begin{cases} cx^2 + d, & \text{jika } x \leq 2 \\ 2x^3 - cx, & \text{jika } x > 2 \end{cases}$$

- (6 Poin)** Tentukan nilai c dan d sehingga fungsi $h(x)$ *differentiable* di $x = 2$.
- (6 Poin)** Berdasarkan teorema [Differentiability implies Continuity](#), jelaskan dengan kata-kata Anda sendiri mengapa mencari nilai c dan d pada subsoal (a) mengharuskan Anda menetapkan bahwa $h(x)$ kontinu di $x = 2$ terlebih dahulu.

Soal 2.3. (10 Poin) Tentukan turunan pertama dari fungsi-fungsi berikut. Perhatikan bahwa Anda tidak perlu menyederhanakan hasil akhirnya.

a) (5 Poin) $y = e^{-3x} x^4 \sin(5x)$

b) (5 Poin) $y = \left(\frac{\ln(x^2+1)}{\cos(3x)} \right)^4$

Soal 2.4. (10 Poin) Diberikan fungsi $f(x) = \sec(e^{\sqrt{x}})$. Tentukan:

a) (5 Poin) Ekspresi dari $f'(x)$.

b) (5 Poin) Tentukan persamaan garis singgung dari kurva $f(x)$ pada saat $x = \ln^2(\frac{\pi}{3})$.

Soal 2.5. (9 Poin) Diberikan fungsi $f(x) = |x^2 - 9|$. Jawab pertanyaan berikut.

a) (6 Poin) Tanpa menggunakan aturan turunan baku, gunakan definisi turunan sepihak (limit kiri dan limit kanan) untuk membuktikan bahwa fungsi $f(x)$ tidak dapat diturunkan di $x = 3$.

b) (3 Poin) Apakah $f(x)$ kontinu di $x = 3$? Jelaskan kesimpulan Anda mengaitkan poin (a) dengan grafik fungsi tersebut di sekitar $x = 3$.

Pertanyaan Refleksi

Setelah menyelesaikan seluruh Pekerjaan Rumah ini, luangkan waktu sejenak untuk merefleksikan dan menjawab pertanyaan-pertanyaan berikut:

- Bagian materi atau konsep mana dalam PR ini yang Anda rasakan paling menantang/sulit? Mengapa konsep tersebut terasa sulit bagi Anda?
- Strategi belajar atau sumber daya bantuan apa yang Anda gunakan dan terbukti paling efektif membantu Anda untuk memahami konsep yang menantang tersebut?
- Berikan penilaian mandiri terhadap tingkat pemahaman Anda untuk topik minggu ini pada skala 1–10 (1 = tidak paham sama sekali, 10 = paham sepenuhnya). Berikan alasan singkat di balik penilaian tersebut.

**Bagian refleksi ini wajib diisi sebagai komitmen proses belajar mandiri Anda dan akan digunakan oleh Asisten Dosen untuk memetakan kebutuhan pemahaman kelas asistensi berikutnya.*