

PEDOMAN PENSKORAN & KUNCI JAWABAN

REMEDIAL UTS KALKULUS 1 (SP 2025/2026)

Total Nilai Maksimal: 100 Poin

SOAL 1 (Total: 20 Poin) – [SC 1

] Diberikan fungsi $f(x) = \frac{3x}{2x-8}$.

a. **Domain Alami (D_f) dan Range (R_f):** [5 Poin]

- Syarat $2x - 8 \neq 0 \implies x \neq 4$. Maka $D_f = (-\infty, 4) \cup (4, \infty)$ (3 Poin)
- $y = \frac{3x}{2x-8} \implies x = \frac{8y}{2y-3}$. Syarat $2y - 3 \neq 0 \implies y \neq \frac{3}{2}$. Maka $R_f = (-\infty, \frac{3}{2}) \cup (\frac{3}{2}, \infty)$ (2 Poin)

b. **Penyelidikan Simetri:** [5 Poin]

- $f(-x) = \frac{-3x}{-2x-8} = \frac{3x}{2x+8} \neq f(x) \implies$ Tidak simetris sumbu- y . (2 Poin)
- $-f(x) = \frac{3x}{8-2x} \neq f(-x) \implies$ Tidak simetris titik asal. (2 Poin)
- **Kesimpulan: Fungsi TIDAK MEMILIKI SIMETRI.** (1 Poin)

c. **Injektif, Surjektif, atau Keduanya:** [5 Poin]

- Injektif: $f(x_1) = f(x_2) \implies \frac{3x_1}{2x_1-8} = \frac{3x_2}{2x_2-8} \implies x_1 = x_2$. Maka **INJEKTIF**. (3 Poin)
- Surjektif: $y = 3/2 \in \mathbb{R}$ tidak punya prapeta di D_f . Maka **TIDAK SURJEKTIF**. (2 Poin)

d. **Asimtot Tegak & Datar:** [5 Poin]

- Asimtot Tegak: Pembuat nol penyebut $\implies x = 4$ (2.5 Poin)
- Asimtot Datar: $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{3x}{2x-8} = \frac{3}{2} \implies y = \frac{3}{2}$ (2.5 Poin)

SOAL 2 (Total: 15 Poin) – [SC 3 4 5

] Diberikan $f(x) = \begin{cases} e^{ax} + b, & x \leq 0 \\ \ln(1+x) + \cos x, & x > 0 \end{cases}$

1. Kekontinuan di $x = 0$:**[7 Poin]**

- $f(0) = 1 + b$, $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x) = 1 + b$, $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \ln(1) + \cos(0) = 1$.
- Syarat kontinu: $1 + b = 1 \implies \mathbf{b = 0}$.

2. Keterdiferensialan di $x = 0$:**[8 Poin]**

- Turunan Kiri: $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} ae^{ax} = a$.
- Turunan Kanan: $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{1+x} - \sin x \right) = 1$.
- Syarat differentiable: $a = 1 \implies \mathbf{a = 1}$.

Kunci Jawaban Akhir: $a = 1$ dan $b = 0$.

SOAL 3 (Total: 15 Poin) – [SC 7

] Diberikan $f(x) = \sinh(3x)$.

1. Turunan Ke-1 sampai Ke-4:

[6 Poin]

- $f^{(1)}(x) = 3 \cosh(3x)$, $f^{(2)}(x) = 9 \sinh(3x)$, $f^{(3)}(x) = 27 \cosh(3x)$
- Hasil turunan ke-4: $f^{(4)}(x) = 81 \sinh(3x)$

2. Rumus Umum Turunan Ke- n ($f^{(n)}(x)$):

[9 Poin]

$$f^{(n)}(x) = \begin{cases} 3^n \cosh(3x), & \text{jika } n \text{ ganjil} \\ 3^n \sinh(3x), & \text{jika } n \text{ genap} \end{cases}$$

SOAL 4 (Total: 20 Poin) – [SC 6 7

] Persamaan implisit $2y + \cos(xy^2) + 5x^2 = 6$.

a. Tentukan $\frac{dy}{dx}$:

[12 Poin]

- Turunkan terhadap x : $2\frac{dy}{dx} - \sin(xy^2) \left(y^2 + 2xy\frac{dy}{dx} \right) + 10x = 0$ (8 Poin)
- Hasil: $\frac{dy}{dx} = \frac{y^2 \sin(xy^2) - 10x}{2 - 2xy \sin(xy^2)}$ (4 Poin)

b. Persamaan Garis Singgung di $(1, 0)$:

[8 Poin]

- Gradien $m = \frac{dy}{dx} \Big|_{(1,0)} = \frac{0-10}{2-0} = -5$ (4 Poin)
- Garis: $y - 0 = -5(x - 1) \implies y = -5x + 5$ (atau $5x + y - 5 = 0$) (4 Poin)

SOAL 5 (Total: 15 Poin) – [SC 7 9 10

] Diketahui $f'(x) = x(2x - 6)$.

- a. Interval Fungsi f Naik: $f'(x) > 0 \implies (-\infty, 0) \cup (3, \infty)$ [5 Poin]
- b. Interval Fungsi f Turun: $f'(x) < 0 \implies (0, 3)$ [5 Poin]
- c. Titik Minimum Lokal: Berganti tanda dari $(-)$ ke $(+)$ di $x = 3$ (titik $(3, f(3))$) [5 Poin]

SOAL 6 (Total: 20 Poin) – [SC 9 10]

] Model tinggi air sungai: $H(t) = -0.1t^3 + 1.5t^2 - 4.8t + 18$, $0 \leq t \leq 10$ ($t = 0 \iff 06.00$ Pagi).

a) **Tinggi Permukaan Air Tertinggi:** [10 Poin]

- $H'(t) = -0.3t^2 + 3.0t - 4.8 = 0 \implies (t - 2)(t - 8) = 0 \implies t = 2, t = 8$. (3 Poin)
- Uji nilai $H(t)$: $H(0) = 18\text{m}$, $H(2) = 13.6\text{m}$, $H(8) = 24.4\text{m}$ (Maksimum), $H(10) = 20\text{m}$. (6 Poin)
- Terjadi pada $t = 8$, yaitu **Pukul 14.00 (2 Siang)** dengan tinggi **24.4 meter**. (1 Poin)

b) **Laju Kenaikan Air Tercepat & Kelanjutan Kenaikan:** [10 Poin]

- Laju $v(t) = H'(t) = -0.3t^2 + 3.0t - 4.8$. $v'(t) = -0.6t + 3.0 = 0 \implies t = 5$ (**Pukul 11.00 Pagi**). (4 Poin)
- Apakah air masih terus naik? **YA**. (2 Poin)
- **Penjelasan:** Pada $5 < t < 8$, laju kenaikan $H'(t)$ berkurang tetapi nilainya **tetap positif** ($H'(t) > 0$), contohnya pada $t = 6$ (12.00), $H'(6) = +2.4$ m/jam. Air baru berhenti naik pada $t = 8$ (14.00). (4 Poin)